Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Zuigflesje

1 maximumscore 4

- $d(x) = 0,04x^2 - 0,56x + 6$ 1
- $d'(x) = 0,08x - 0,56$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $d'(x) = 0$ algebraïsch opgelost kan worden 1
- (Dus de verticale afstand *d* is het kleinst voor) $x = 7$ 1

of

- $d(x) = 0,04x^2 - 0,56x + 6$ 1
- De gevraagde waarde van x is $-\frac{-0,56}{2 \cdot 0,04}$ 2
- (Dus de verticale afstand *d* is het kleinst voor) $x = 7$ 1

Opmerking
In het tweede antwoordalternatief voor het tweede antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

2 maximumscore 3

- Er geldt $h(x) = \frac{f(x) + g(x)}{2}$ 1
- Ingevuld wordt dit $h(x) = \frac{-0,02x^3 + 0,36x^2 - 1,56x + 6,88}{2}$ 1
- Dit geeft $h(x) = -0,01x^3 + 0,18x^2 - 0,78x + 3,44$ 1

Hyperbool met cirkels

3 maximumscore 4

- $f'(x) = \dfrac{12}{(2x-3)^2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- $f'(3) = \frac{4}{3}$ 1
- $f'(0) = \frac{4}{3}$ 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

4 maximumscore 6

- ($\text{rc}_n \cdot \frac{4}{3} = -1$ met n de lijn door A loodrecht op m dus) $\text{rc}_n = -\frac{3}{4}$ (dus n heeft een vergelijking van de vorm $y = -\frac{3}{4}x + b$) 1
- Invullen van de coördinaten van $A(3, 0)$ in $y = -\frac{3}{4}x + b$ geeft $b = \frac{9}{4}$ (dus een vergelijking van n is $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$) 1
- Een vergelijking van m is $y = \frac{4}{3}x + 4$ 1
- Uit $\frac{4}{3}x + 4 = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ volgt $x = -\frac{21}{25}$ 1
- $x = -\frac{21}{25}$ invullen in $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ (of in $y = \frac{4}{3}x + 4$) geeft $y = \frac{72}{25}$ 1
- Het midden tussen $A(3, 0)$ en $\left(-\frac{21}{25}, \frac{72}{25}\right)$ is $\left(\dfrac{3 + -\frac{21}{25}}{2}, \dfrac{0 + \frac{72}{25}}{2}\right)$ (en dit is inderdaad M_1) 1

5 maximumscore 3

- $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0$ geeft $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + (y-2)^2 - 4 = 0$ (dus c_2 heeft een vergelijking van de vorm $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = r^2$) 1
- De coördinaten van het middelpunt van c_2 zijn dus $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ 1
- $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$ (dus het middelpunt van c_2 ligt op k) 1

Het rendement van warmtemotoren

6 maximumscore 3

- Als R groter wordt, wordt $100-R$ kleiner 1
- Omdat de teller groter wordt en de noemer kleiner, wordt de breuk $\frac{R}{100-R}$ groter 1
- (Het grondtal van de logaritme is groter dan 1) dus $\log\left(\frac{R}{100-R}\right)$ neemt toe (dus K neemt toe) 1

7 maximumscore 4

- In de figuur bij de stip Charles Parsons op de verticale as –0,5 aflezen 1
- De vergelijking $-0,5=\log\left(\frac{R}{100-R}\right)$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Het rendement van de warmtemotor van Charles Parsons is 24 (%) 1

Opmerking
Als een kandidaat voor K een andere waarde heeft afgelezen tussen –0,55 en –0,45, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

8 maximumscore 4

- Als $R=70$ dan is $K=\log\left(\frac{70}{100-70}\right)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\log\left(\frac{70}{100-70}\right)=0,00667t-2$ opgelost kan worden 1
- $t=355,01...$ 1
- Dus in het jaar 2056 zal voor het eerst een rendement van 70% behaald worden 1

Opmerking
Het antwoord 2055 ook goed rekenen.

9 **maximumscore 5**

- (Formules (1) en (2) combineren geeft) $\log\left(\frac{R}{100-R}\right)=0{,}00667t-2$ 1
- Hieruit volgt $\frac{R}{100-R}=10^{0{,}00667t-2}$ 1
- Dit geeft $R=(100-R)\cdot 10^{0{,}00667t-2}$ 1
- Dus $\left(1+10^{0{,}00667t-2}\right)R=100\cdot 10^{0{,}00667t-2}$ 1
- Hieruit volgt $R=100\cdot\frac{10^{0{,}00667t-2}}{1+10^{0{,}00667t-2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Cosinus en lijnen

10 **maximumscore 4**
- De vergelijking $2\cos(3x)=\sqrt{3}$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $\cos(3x)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ waaruit volgt $3x=\frac{1}{6}\pi\ (+k\cdot 2\pi)$ (of $3x=-\frac{1}{6}\pi\ (+k\cdot 2\pi)$) 1
- Dus voor de x-coördinaat van A geldt $x=\frac{1}{18}\pi$ 1
- De richtingscoëfficiënt van k is $\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{18}\pi}=\frac{18\sqrt{3}}{\pi}$ 1

11 **maximumscore 7**

- De tangens van de hoek die k maakt met de x-as is $\frac{18\sqrt{3}}{\pi}$ 1
- De hoek die k maakt met de x-as is $84{,}24...°$ 1
- (De periode van f is $\frac{2}{3}\pi$ dus) de x-coördinaat van T is $\frac{2}{3}\pi$ 1
- (De amplitude van de grafiek van f is 2 dus) de y-coördinaat van T is 2 1
- De richtingscoëfficiënt van l is $\frac{2}{\frac{2}{3}\pi}$ 1
- De hoek die l maakt met de x-as is $43{,}67...°$ 1
- Dan is de gevraagde hoek ($84{,}24...°-43{,}67...°=40{,}56...°$, dit is afgerond op hele graden) 41° 1

Wortelfunctie

12 maximumscore 4

- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 1
- Er geldt $g(x) = a \cdot f(x) = a\sqrt{x}$ 1
- $a\sqrt{\frac{1}{2}} = 1$ 1
- Hieruit volgt $a = \sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking), dus de y-coördinaat van N is ($\sqrt{2} \cdot 1 =$) $\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De coördinaten van M zijn $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 1
- Er geldt $g(x) = f(a \cdot x) = \sqrt{a \cdot x}$ 1
- $a = \dfrac{1}{\frac{1}{2}}$ $(= 2)$ 1
- Dus de y-coördinaat van N is ($\sqrt{2 \cdot 1} =$) $\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

13 maximumscore 4

- $OA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 1
- $AB =$ ($\sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2} =$) $\sqrt{(b-1)^2 + \left(\sqrt{b} - 1\right)^2}$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\sqrt{(b-1)^2 + \left(\sqrt{b} - 1\right)^2} = \sqrt{2}$ opgelost kan worden 1
- Het gevraagde antwoord is 2,31 1

Brug

14 maximumscore 7

- P en Q invullen in de formule geeft het stelsel
  $$\begin{cases} 0 = 1,4 + b + \dfrac{c}{1,4} \\ 0 = 12,0 + b + \dfrac{c}{12,0} \end{cases}$$ 1
- Hieruit volgt $1,4 + \dfrac{c}{1,4} = 12,0 + \dfrac{c}{12,0}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $c = 16,8$ 1
- Hieruit volgt $b = -13,4$ 1
- Het punt $T(4,1; 2,4)$ invullen in $y = a\left(x - 13,4 + \dfrac{16,8}{x}\right)$ geeft
  $2,4 = a\left(4,1 - 13,4 + \dfrac{16,8}{4,1}\right)$ 1
- (Hieruit volgt $a = -0,46...$) dus de gevraagde waarde van a is $-0,5$ 1

of

- $\dfrac{dy}{dx} = a - \dfrac{ac}{x^2}$ 1
- $\dfrac{dy}{dx} = 0$ geeft $x = \sqrt{c}$ 1
- (Omdat het hoogste punt T is, volgt $\sqrt{c} = 4,1$ dus $c = 16,81$, dus) de gevraagde waarde van c is 16,8 1
- P invullen in de formule geeft $a\left(1,4 + b + \dfrac{16,81}{1,4}\right) = 0$ 1
- ($b = -13,40...$) dus de gevraagde waarde van b is $-13,4$ 1
- Het punt $T(4,1; 2,4)$ invullen geeft $2,4 = a\left(4,1 - 13,40... + \dfrac{16,81}{4,1}\right)$ 1
- (Hieruit volgt $a = -0,46...$) dus de gevraagde waarde van a is $-0,5$ 1

of

- $\dfrac{dy}{dx} = a - \dfrac{ac}{x^2}$ 1
- $\dfrac{dy}{dx} = 0$ geeft $x = \sqrt{c}$ 1
- (Omdat het hoogste punt T is, volgt $\sqrt{c} = 4{,}1$ dus $c = 16{,}81$, dus) de gevraagde waarde van c is 16,8 1
- Q invullen in de formule geeft $a\left(12{,}0 + b + \dfrac{16{,}81}{12{,}0}\right) = 0$ 1
- ($b = -13{,}40...$) dus de gevraagde waarde van b is $-13{,}4$ 1
- Het punt $T(4{,}1;\,2{,}4)$ invullen geeft $2{,}4 = a\left(4{,}1 - 13{,}40... + \dfrac{16{,}81}{4{,}1}\right)$ 1
- (Hieruit volgt $a = -0{,}46...$) dus de gevraagde waarde van a is $-0{,}5$ 1

Ingeschreven cirkel

15 maximumscore 3

- Er geldt $G = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot r + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot r + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot r$ 1
- $P = AB + BC + AC$ 1
- $G = \frac{1}{2} \cdot (AB + BC + AC) \cdot r$ (dus $G = \frac{1}{2} \cdot P \cdot r$) 1

16 maximumscore 6

- Er geldt $13^2 = 14^2 + 15^2 - 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot \cos(\angle A)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $\angle A = 53{,}13...°$ 1
- De oppervlakte van driehoek ABC is $\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot \sin(\angle A) \cdot 15$ 1
- Dit geeft $G = 84$ (of $G \approx 84$) 1
- Hieruit volgt $r = \dfrac{2G}{P} = \dfrac{2 \cdot 84}{13 + 14 + 15} = 4$ 1

Exponentiële functie

17 maximumscore 4

- $f(a)=16$ geeft $\frac{1}{9}\cdot\left(3^{-\frac{1}{2}a}+27\right)=16$ 1
- Hieruit volgt $3^{-\frac{1}{2}a}=117$ 1
- Dit geeft $-\frac{1}{2}a={}^{3}\log(117)$ 1
- Dus $a=-2\cdot{}^{3}\log(117)$ (of een gelijkwaardige uitkomst) 1

Opmerking
Als een kandidaat rekent met $f(a)=4$, voor deze vraag ten hoogste 1 scorepunt toekennen.

18 maximumscore 5

- $f(x)=(\frac{1}{9}\cdot\left(3^{-\frac{1}{2}x}+27\right)=)\ \frac{1}{9}\cdot 3^{-\frac{1}{2}x}+3$ 1
- Dus $f(x)=3^{-2}\cdot 3^{-\frac{1}{2}x}+3$ 1
- Dit geeft $f(x)=3^{-\frac{1}{2}x-2}+3$ 1
- Hieruit volgt $f(x)=\left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{x+4}+3$ 1
- Dit geeft $f(x)=\left(\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right)^{x+4}+3=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x+4}+3$ 1

of

- $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x+4}+3=\left(\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right)^{x+4}+3$ 1
- $\left(\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right)^{x+4}+3=\left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{x+4}+3$ 1
- $\left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{x+4}+3=3^{-\frac{1}{2}x-2}+3$ 1
- $3^{-\frac{1}{2}x-2}+3=3^{-2}\cdot 3^{-\frac{1}{2}x}+3$ 1
- $3^{-2}\cdot 3^{-\frac{1}{2}x}+3=\frac{1}{9}\cdot 3^{-\frac{1}{2}x}+3=\frac{1}{9}\cdot\left(3^{-\frac{1}{2}x}+27\right)$ 1

Opmerking
Als zowel $\frac{1}{9}\cdot\left(3^{-\frac{1}{2}x}+27\right)$ als $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x+4}+3$ herschreven worden, waarbij de kandidaat twee keer op dezelfde uitdrukking uitkomt, bijvoorbeeld $3^{-\frac{1}{2}x-2}+3$, hiervoor uiteraard geen scorepunten in mindering brengen.

Bronvermeldingen

Zuigflesje	
foto	bron: Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2022
Brug	
foto	bron: Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2022